

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор Пермского государственного  
национального исследовательского

университета по научной работе,  
кандидат географических наук, доцент

А.Л. Ветров

15 февраля 2019 г.



## ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Пермский государственный национальный исследовательский университет» о диссертационной работе Абделхафиза Мостафы Абдаллаха Ахмеда «Моделирование конвективных движений теплопроводной жидкости в пористой анизотропной среде», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 — математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

**Актуальность темы.** Работа Абделхафиза М.А.А. посвящена моделированию и развитию методов анализа фильтрационной конвекции в анизотропной пористой среде на основе подхода, использующего аппарат теории косимметрии. Задачи конвективного переноса теплопроводных жидкостей и газов в пористых средах возникают в геофизике, теплофизике, различных областях медицины, где применяются пористые материалы.

**Научная новизна** диссертационной работы заключается в исследовании задач фильтрационной конвекции в анизотропных пористых средах с учетом косимметрии. Для этого класса проблем получены явные аналитические формулы для критических значений параметров, отвечающих возникновению конвекции. Построены миметические численные схемы, наследующие свойства соответствующих начально-краевых задач. Анализ нарушения косимметрии позволил описать мультистабильность в задачах

фильтрационной конвекции в анизотропных пористых средах. Реализован комплекс программ для расчета в интерактивном режиме плоских задач фильтрационной конвекции, рассматриваемых в диссертации.

**Научная и практическая ценность работы.** Работа посвящена математическому анализу плоских конвективных движений теплопроводной жидкости в анизотропной пористой среде. Полученные результаты могут быть использованы для моделирования конвекции в бинарной жидкости, насыщающей анизотропную пористую среду, а также в биотехнологии, медицине и т.д.

Работа развивает методы анализа решений нелинейных уравнений в частных производных. Применяемые в диссертации подходы могут быть использованы для исследования систем нелинейных дифференциальных уравнений и полезны специалистам и аспирантам физико-математического профиля.

**Апробация работы. Основные результаты работы хорошо представлены на конференциях.**

**Публикации. По теме диссертации опубликовано 11 печатных работ: 2 из них составляют статьи в реферируемых изданиях из списка ВАК и базы данных Scopus. Имеется свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ, 8 работ опубликовано в сборниках конференций.**

**Достоверность результатов,** полученных в диссертационной работе обеспечивается корректной постановкой задач и применением строгих математических методов. Результаты численных экспериментов обоснованы использованием апробированных методов дискретизации и подтверждены сопоставлением с данными, имеющимися в литературе.

**Оценка содержания диссертации.** Представленная диссертационная работа характеризуется достаточной полнотой и завершенностью. Текст диссертации включает постановку задач, описание применяемых методов исследования и полученных результатов. Он изложен на требуемом научном уровне.

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы.

**Во введении** дан обзор литературы по теме диссертации, обоснована актуальность темы, изложены цели работы и методы исследования, сформулированы научная новизна и практическая значимость результатов, представлена структура работы и приведен краткий обзор её содержания.

**Первая глава** посвящена описанию и анализу свойств математических моделей фильтрационной конвекции на основе закона Дарси и приближения Буссинеска. Рассматривается общая постановка начально-краевых задач для естественных переменных и производится переход к безразмерным величинам. Для плоской задачи фильтрационной конвекции выписываются уравнения в терминах функции тока и отклонения температуры, проводится анализ свойств полученной системы.

Выводится система уравнений для исследования конвекции в случае бинарной жидкости в анизотропной пористой среде. Применяются уравнения Буссинеска-Дарси с учетом эффекта Соре (термодиффузионный перенос). Выписана начально-краевая задача для функции тока, температуры и концентрации.

Проанализированы условия, при которых рассматриваемая система обладает линейной косимметрией. Получены аналитические соотношения между параметрами теплопроводности, проницаемости, молекулярной диффузии и термодиффузии, обеспечивающие косимметричность систем. Получены явные выражения для критических чисел Рэлея, отвечающих монотонной неустойчивости механического равновесия.

**Во второй главе** для решения сформулированных задач развивается подход на основе метода прямых, с использованием схемы смешенных сеток по пространственным координатам. Дискретизация уравнений по пространственным переменным основана на конечных разностях второго порядка точности. Построены операторы, сохраняющие косимметрию исходных задач. Даны дискретизации задач в естественных переменных и в терминах функции тока и температуры. Для анализа устойчивости

механического равновесия выписана спектральная задача и получена система для численного определения критических чисел Рэлея. Аналогичным образом выведена система разностных уравнений, аппроксимирующая начально-краевую задачу конвекции жидкости с примесью в анизотропной среде.

Описаны структура и возможности программного комплекса Aniso2d, предназначенного для численного анализа и визуализации результатов. Комплекс программ Aniso2d разработан в среде MATLAB.

**В третьей главе** представлены результаты исследования гравитационной конвекции ортотропной жидкости и конвекции бинарной жидкости в пористых прямоугольниках. На основе разработанных численных схем и программного обеспечения, описанных в главе 2, проводятся вычисления критических чисел Рэлея, конвективных движений и семейств стационарных режимов.

Анализируется возникновение конвекции в пористом прямоугольнике с учетом анизотропии тепловых характеристик и проницаемости. Представлены результаты вычисления критических чисел Рэлея и расчета нейтральных кривых. Проводится численное исследование ответвляющихся от механического равновесия стационарных конвективных движений. Исследуется вопрос о расчете стационарных режимов при использовании аппроксимаций, нарушающих косимметрию исходной постановки. Приводятся результаты расчета семейств стационарных режимов для ряда значений управляющих параметров. Анализируется разрушение семейства стационарных режимов при нарушении условий косимметрии.

Проводятся вычисления селективных функций, соответствующих различным сценариям изменения параметров задачи, и находятся изолированные конвективные режимы, существующие после распада семейства стационарных состояний. Рассматривается плоская задача о возникновении конвекции в пористом прямоугольнике, насыщенном бинарной жидкостью. Для ортотропных жидкости и среды на основе уравнений Дарси-Буссинеска и учета эффекта Соре проводится анализ монотонной и колебательной неустойчивости механического равновесия.

**В Заключении** сформулированы основные результаты диссертационной

работы.

1. Для математических моделей конвекции теплопроводной жидкости в пористой среде представлен анализ с учетом анизотропии жидкости и среды. Установлены соотношения между параметрами, при которых начально-краевые задачи обладают свойством косимметрии. Выведены явные формулы для критических чисел Рэлея, отвечающих монотонной неустойчивости механического равновесия.
2. Проведен анализ возникновения конвекции в анизотропной пористой среде, насыщенной теплопроводной жидкостью с примесью. Найдена косимметрия задачи и получены соотношения между критическими значениями температурного и концентрационного чисел Рэлея, при которых возникают конвективные движения.
3. Развита схема расчета конвективных движений жидкости в пористой среде с учетом анизотропии, построены конечно-разностные аппроксимации уравнений фильтрационной конвекции, сохраняющие свойство косимметрии.
4. Разработан программный комплекс для проведения вычислительного эксперимента в задачах гравитационной конвекции бинарных жидкостей в пористой среде с учетом анизотропии.
5. Рассчитаны семейства стационарных режимов для задачи с анизотропией свойств теплопроводности и проницаемости пористой среды, изучена селекция стационарных режимов при разрушении косимметрии.

**К недостаткам работы можно отнести:**

1. В работе не дается оценка отброшенных в уравнения слагаемых, которые бы позволили учесть эффект Дюфора.
2. В тексте диссертации много внимания уделено вопросам об условиях существования семейства стационарных состояний и о его разрушении.

Обсуждение влияния анизотропии среды на фильтрационную конвекцию в ситуациях, где имеется косимметрия, представлено недостаточно подробно.

3. Имеются случаи дублирования, например, в подразделе (1.1.2) функция тока вводится формулами (1-22) и (1-50), числа Нуссельта определяются формулами (2.96) и (3.6).

4. В тексте диссертации имеется ряд опечаток: «предназначеного» (стр. 18, 43), «внутренних» (стр. 18), «математические модели» (автореферат, стр. 4). Неудачным представляется термин «анизотропная задача».

5. В диссертации термин «миметические» (подобные) схемы встречается только при описании научной новизны и в списке использованной литературы. Было бы полезно дать соответствующие пояснения, поскольку это понятие не является широко распространенным.

Указанные недостатки не влияют на общую положительную оценку работы.

Диссертационная работа выполнена автором на современном уровне и является завершенной научно-исследовательской работой в области теоретического и компьютерного исследования анизотропной фильтрационной конвекции. Применяемые в диссертации подходы могут быть использованы при решении актуальных задач конвекции. Представленные в работе исследования достоверны, выводы обоснованы.

Диссертационная работа содержит достаточное количество рисунков и графиков, представляющих результаты расчетов. По каждой главе и работе в целом имеются выводы.

Автореферат правильно и достаточно полно отражает содержание диссертации.

Таким образом, представленная диссертация «Моделирование конвективных движений теплопроводной жидкости в пористой анизотропной среде», удовлетворяет всем требованиям Положения о присуждении ученых степеней, утвержденных постановлением Правительства РФ N842 от 24.09.2013, а ее автор – Абделхафиз Мостафа Абдаллах Ахмед – заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по

специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук (специальность 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы), профессором кафедры теоретической физики Любимовой Татьяной Петровной (614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15, Пермский государственный университет, физический факультет),  
тел. +7 (342) 239-66-46,  
e-mail: lubimova@psu.ru

Отзыв о диссертации обсужден и утвержден на совместном заседании Пермского гидродинамического семинара (протокол № 1513 от 1 февраля 2019 г.) и кафедры теоретической физики Пермского государственного университета (протокол № 4 от 1 февраля 2019 г.).

Руководитель Пермского гидродинамического семинара,  
заслуженный деятель науки РФ, д.ф.-м.н., профессор

Любимова

Т.П. Любимова

Заведующий кафедрой теоретической физики ПГНИУ,  
д.ф.-м.н., доцент

Демин

В.А. Демин

